Белорусский государственный технологический университет

Кафедра Программной инженерии

**“Математическое программирование”**

**Отчет по лабораторной работе №6**

**Транспортная задача**

**Вариант 15**

Выполнила: Ковалев А.А.

ФИТ 2 курс, 4 группа

Минск 2021

**Лабораторная работа 6**

**ЦЕЛЬ РАБОТЫ:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**ЗАДАНИЕ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ:**

**Задание.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей. Величина запасов, потребностей и стоимость затрат на перевозку продукции взять в соответствии с вариантом (*N*). Оформить отчет.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ЗАПАСЫ |
| 1 | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16** | **183** |
| 2 | **25** | **15** | **23** | **20** | **22** | **28** | **128** |
| 3 | **16** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **165** |
| 4 | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| 5 | **18** | **26** | **24** | **15** | **25** | **19** | **112** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **158** | **122** | **146** | **208** | **110** | **178** |  |

**Решение:**

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей. Проверим это условие.

В нашем случае, запасы поставщиков - 762 единиц продукции меньше, чем потребность потребителей - 863 на 160 единиц. Введем фиктивного поставщика 6, с запасом продукции равным 160. Стоимость доставки единицы продукции от данного поставщика ко всем потребителям примем равной нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16** | **183** |
| **2** | **25** | **15** | **23** | **20** | **22** | **28** | **128** |
| **3** | **16** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **165** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15** | **25** | **19** | **112** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **ПОТРЕБНОСТИ** | **158** | **122** | **146** | **208** | **110** | **178** |  |

Теперьвыполняется условие т.е. добавлен фиктивный склад 6.

**А теперь по порядку рассмотрим минимальные элементы матрицы тарифов:**

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-2 и равен 15, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 2 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 128 единиц продукции. Потребность потребителя 2 составляет 122 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 2 будем доставлять min = {128, 122} = 122 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16** | **183** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **165** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15** | **25** | **19** | **112** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **158** | 0 | **146** | **208** | **110** | **178** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 5-4 и равен 15, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 5 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 5 составляют 105 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 198 единиц продукции.

От поставщика 5 к потребителю 4 будем доставлять min = {115, 208} = 115 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16** | **183** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **165** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **158** | 0 | **146** | **103** | **110** | **178** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-1 и равен 16, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 1 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 165 единиц продукции. Потребность потребителя 1 составляет 158 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 1 будем доставлять min = {165, 158} = 158 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16** | **183** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **7** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **103** | **110** | **178** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-6 и равен 16, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 6 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 183 единиц продукции. Потребность потребителя 6 составляет 178 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 6 будем доставлять min = {183, 178} = 18 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16|178** | **5** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17** | **26** | **7** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **103** | **110** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 3-5 и равен 17, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 3 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 3 составляют 17 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 110 единиц продукции.

От поставщика 3 к потребителю 5 будем доставлять min = {17, 110} = 17 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18** | **26** | **16|178** | **5** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **103** | **103** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 1-4 и равен 18, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 1 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 1 составляют 5 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 103 единиц продукции.

От поставщика 1 к потребителю 4 будем доставлять min = {5, 103} = 5 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18** | **28** | **17** | **174** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **98** | **103** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-4 и равен 18, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 4 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 174 единиц продукции. Потребность потребителя 4 составляет 98 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 4 будем доставлять min = {174, 98} = 98 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22** | **28** | **6** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18|98** | **28** | **17** | **86** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **0** | **103** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 2-5 и равен 22, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 2 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 2 составляют 6 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 103 единиц продукции.

От поставщика 2 к потребителю 5 будем доставлять min = {6, 103} = 6 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | **0** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25** | **18|98** | **28** | **17** | **86** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **146** | **0** | **100** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 4-3 и равен 25, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 4 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 4 составляют 86 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 146 единиц продукции.

От поставщика 4 к потребителю 3 будем доставлять min = {86, 146} = 86 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | **0** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25|86** | **18|98** | **28** | **17** | **0** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **160** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **60** | **0** | **100** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-3 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 3 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 160 единиц продукции. Потребность потребителя 3 составляет 60 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 3 будем доставлять min = {160, 60} = 60 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | **0** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25|86** | **18|98** | **28** | **17** | **0** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0** | **0** | **100** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **0** | **0** | **100** | **0** |  |

Минимальный элемент матрицы тарифов находится в ячейке 6-5 и равен 0, т.е. из незадействованных маршрутов, маршрут доставки продукции от поставщика 6 к потребителю 5 наиболее рентабельный.

Запасы поставщика 6 составляют 100 единиц продукции. Потребность потребителя 5 составляет 100 единиц продукции.

От поставщика 6 к потребителю 5 будем доставлять min = {100, 100} = 88 единиц продукции.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | | **Запас** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | **0** |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | **0** |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | **0** |
| **4** | **19** | **25** | **25|86** | **18|98** | **28** | **17** | **0** |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | **0** |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|100** | **0** | **0** |
| **Потребность** | **0** | 0 | **0** | **0** | **0** | **0** |  |

Заполненные нами ячейки будем называть базисными, остальные - свободными.

Для решения задачи методом потенциалов, количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) должно равняться m + n - 1, где m - количество строк в таблице, n - количество столбцов в таблице.

Количество базисных ячеек (задействованных маршрутов) равно 11, что и требовалось.

Мы нашли начальное решение, т.е израсходовали все запасы поставщиков и удовлетворили все потребности потребителей.

**Z = 18\*5 + 16\*178 + 15\*122 + 22\*6 + 16\*158 + 17\*7 + 25\*86 + 18\*98 + 15\*115 + 0\*60 + 0\*100 = 13 186**

Общие затраты на доставку всей продукции, для начального решения, составляют **13 186**.

Дальнейшие наши действия будут состоять из шагов, каждый из которых состоит в следующем:

* Находим потенциалы поставщиков и потребителей для имеющегося решения.
* Находим оценки свободных ячеек. Если все оценки окажутся неотрицательными - задача решена.
* Выбираем свободную ячейку (с отрицательной оценкой), выбор которой, позволяет максимально снизить общую стоимость доставки всей продукции на данном шаге решения.
* Находим новое решение, как минимум, не хуже предыдущего.
* Вычисляем общую стоимость доставки всей продукции для нового решения.

**ОЦЕНКА ПОЛУЧЕННОГО РЕШЕНИЯ.**

Каждому поставщику Ai ставим в соответствие некоторое число - ui, называемое потенциалом поставщика.

Каждому потребителю Bj ставим в соответствие некоторое число - vj, называемое потенциалом потребителя.

Для базисной ячейки (задействованного маршрута), сумма потенциалов поставщика и потребителя должна быть равна тарифу данного маршрута.

(ui + vj = cij, где cij - тариф клетки AiBj)

Поскольку, число базисных клеток - **11**, а общее количество потенциалов равно **12**, то для однозначного определения потенциалов, значение одного из них можно выбрать произвольно.

u1 = 0.

u1 + v4 = 18; 0 + v4 = 8; v4 = 18

u4 + v4 = 18; 18 + u4 = 18; u4 = 0

u4 + v3 = 25; 0 + v3 = 15; v3 = 15

u6 + v3 = 0; 25 + u6 = 0; u6 = -25

u6 + v5 = 0; -25 + v5 = 0; v5 = 25

u2 + v5 = 12; 25 + u2 = 22; u2 = -3

u2 + v2 = 15; -3 + v2 = 15; v2 = 12

u3 + v5 = 17; 25 + u3 = 7; u3 = -8

u3 + v1 = 16; -8 + v1 = 16; v1 = 24

u5 + v4 = 5; 18 + u5 = 15; u5 = -3

u1 + v6 = 16; 0 + v6 = 16; v6 = 16

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | u1=0 |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | u2=-3 |
| **3** | **16|158** | **20** | **26** | **23** | **17|7** | **26** | u3=-8 |
| **4** | **19** | **25** | **25|86** | **18|98** | **28** | **17** | u4=0 |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | u5=-3 |
| **6** | **0** | **0** | **0|60** | **0** | **0|100** | **0** | u6=-25 |
|  | v1=24 | v2=12 | v3=25 | v4=18 | v5=25 | v6=16 |  |

**Найдем оценки свободных ячеек следующим образом:**

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых ui + vj > cij

(4;1): 0 + 24 > 19; ∆14 = 0 + 24 - 19 = 5 > 0

(5;1): -3 + 24 > 11; ∆13 = -3 + 24 - 18 = 3 > 0

(1;3): 0 + 25 > 21; ∆13 = 0 + 25 - 21 = 4 < 0

max(5,4,3) = 5

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;1): 9

Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | u1=0 |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | u2=-3 |
| **3** | **16|158**  **-** | **20** | **26** | **23** | **17|7**  **+** | **26** | u3=-8 |
| **4** | **19**  **+** | **25** | **25|86**  **-** | **18|98** | **28** | **17** | u4=0 |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | u5=-3 |
| **6** | **0** | **0** | **0|60**  **+** | **0** | **0|100**  **-** | **0** | u6=-25 |
|  | v1=24 | v2=12 | v3=25 | v4=18 | v5=25 | v6=16 |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).

Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 86. Прибавляем 86 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 86 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** |  |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** |  |
| **3** | **16|28**  **-** | **20** | **26** | **23** | **17|93**  **+** | **26** |  |
| **4** | **19|86**  **+** | **25** | **25**  **-** | **18|98** | **28** | **17** |  |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** |  |
| **6** | **0** | **0** | **0|146**  **+** | **0** | **0|14**  **-** | **0** |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 18; 0 + v4 = 18; v4 = 18

u4 + v4 = 18; 18 + u4 = 18; u4 = 0

u4 + v1 = 19; 0 + v1 = 19; v1 = 19

u3 + v1 = 16; 19 + u3 = 16; u3 = -3

u3 + v5 = 17; -3 + v5 = 17; v5 = 14

u2 + v5 = 22; 14 + u2 = 22; u2 = 8

u2 + v2 = 5; 2 + v2 = 5; v2 = 7

u6 + v5 = 0; 14 + u6 = 0; u6 = -14

u6 + v3 = 0; -14 + v3 = 0; v3 = 14

u5 + v4 = 5; 18 + u5 = 15; u5 = -3

u1 + v6 = 16; 0 + v6 =1 6; v6 = 16

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Поставщик** | **Потребитель** | | | | | |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **1** | **27** | **17** | **21** | **18|5** | **26** | **16|178** | u1=0 |
| **2** | **25** | **15|122** | **23** | **20** | **22|6** | **28** | u2=8 |
| **3** | **16|28** | **20** | **26** | **23** | **17|93** | **26** | u3=-3 |
| **4** | **19|86** | **25** | **25** | **18|98** | **28** | **17** | u4=0 |
| **5** | **18** | **26** | **24** | **15|115** | **25** | **19** | u5=-3 |
| **6** | **0** | **0** | **0|146** | **0** | **0|14** | **0** | u6=-14 |
|  | v1=19 | v2=7 | v3=14 | v4=18 | v5=14 | v6=16 |  |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию ui + vj ≤ cij.

Минимальные затраты составят: **Z = 18\*5 + 16\*178 + 15\*122 + 22\*6 + 16\*28 + 17\*93 + 19\*86 + 18\*98 + 15\*115 + 0\*146 + 0\*14 = 10 288**

Общие затраты на доставку всей продукции, для оптимального решения, составляют **10 288.**